Equazioni lineari o di primo grado a una incognita

First-Degree Equations - Résolution des équations du premier degré

Due espressioni numeriche che hanno lo stesso valore e sono separate dal segno di uguale, formano una **uguaglianza numerica**.

$2 \cdot 3 - 1 = 2 \cdot 2 + 1$

Si possono scrivere nella stessa maniera uguaglianza letterali e uguaglianze contenenti un numero incognito, tipicamente indicato con x, non conosciuto.

Identità

Una **identità** è una uguaglianza tra due espressioni algebriche, in una o più variabili, che risulti verificata qualsiasi siano i valori numerici attribuiti alle variabili che in essa vi figurano.

Le uguaglianze che traducono in termini matematici delle frasi vere sono soddisfatte PER QUALSIASI VALORE e si chiamano IDENTITÀ.

Esempio
$x + x = 2x$ *vera per qualsiasi valore di x* ($\forall x \in \mathbb{R}$).

Equazioni

Una **equazione** è una uguaglianza tra due espressioni algebriche, in una o più variabili, che risulti verificata solamente per particolari valori attribuiti alle variabili che in essa figurano.

I termini numerici presenti in una equazione prendono il nome di **termini noti**.

Esempio
L'equazione $x + 3 = 7$
È vera solo per $x = 4$

incognite

Termini noti

$$\underbrace{7x^2 - 3}_{\text{1^ membro}} = \underbrace{5x + 2}_{\text{2^ membro}}$$

Una equazione è detta **numerica** se in essa non figurano altre lettere oltre l'incognita.

Una equazione è detta **letterale** se oltre l'incognita figurano altre lettere.

Una equazione è detta **intera** se l'incognita non figura al denominatore.

Una equazione è detta **fratta** se l'incognita figura anche, o solo, al denominatore.

Il **grado** di una equazione è dato dal grado massimo dell'incognita presente nell'equazione.

Il grado di una equazione è pari al numero delle possibili soluzione dell'equazione stessa.

Si chiamano **radici** o **soluzioni** dell'equazione i particolari valori attribuiti alle variabili che in essa figurano.

Non tutte le equazioni hanno una unica soluzione.

Un'equazione può essere priva di soluzione (esempio $x + x - 2x = 4$).

Un'equazione può avere infinite soluzioni (esempio $x - x = 4 - 4$)

Un'equazione può averne un numero finito di radici ma più di una (esempio: $x + 1 = 3$ ha una sola soluzione, mentre $x^2 = 4$ ha due soluzioni).

Due equazioni sono **equivalenti** quando hanno la stessa radice.

Risolvere un'equazione significa esplicitare l'insieme di tutte le soluzioni dell'equazione.

Il **dominio** delle variabili incognite è un insieme di valori per cui l'equazione può essere verificata.
Il dominio è fornito di norma unitamente all'equazione.
L'insieme delle soluzioni di un'equazione è fortemente condizionato dal dominio.

L'equazione a lato non ammette ad esempio soluzioni nell'insieme dei numeri razionali ($\mathbb{Q}$) ma in quello dei numeri reali ($\mathbb{R}$).	$x^2 - 2 = 0$ $x = \sqrt{2}$
L'equazione a lato non ammette ad esempio soluzioni nell'insieme dei numeri reali ($\mathbb{R}$) ma nel campo dei numeri complessi.	$x^2 + 1 = 0$ $x = \sqrt{-1}$

La scrittura $\boldsymbol{ax = b}$ è detta **forma normale** di un'equazione di primo grado (equazione lineare) a una incognita (con a e b numeri reali o complessi e a diverso da 0).

In geometria analitica, un'equazione lineare a due incognite rappresenta una retta nel piano cartesiano ed è scritta in genere nella forma $\boldsymbol{y = mx + q}$ oppure $\boldsymbol{ax + by + c = 0}$.

Per le equazioni di secondo grado si rimanda al capitolo relativo.

Per il teorema di Abel-Ruffini, non esiste una formula generale per la risoluzione delle equazioni polinomiali di grado 5 o superiore (it.wikipedia.org/wiki/Teorema_di_Abel-Ruffini).

Fino alle equazioni di quarto grado è nota una formula risolutiva, dopodiché le equazioni sono risolvibili solamente in alcuni casi particolari.

Segue la parte relativa alle **equazioni di primo grado**.

Principi di equivalenza

Primo principio di equivalenza

Aggiungendo a entrambi i membri di una equazione lo stesso valore numerico o la stessa espressione algebrica si ottiene una equazione equivalente a quella data.

$4x = 3 + 3x \rightarrow 4x - 3x = 3 + 3x - 3x \rightarrow x = 3$

Da tale principio derivano le seguenti regole.

Se uno stesso termine figura in entrambi i membri di un'equazione può essere soppresso.

$4x + \cancel{5} = 3 + x + \cancel{5}$

Se due termini opposti si trovano nello stesso membro possono essere soppressi.

$\cancel{5} + 4x - \cancel{5} = 3 + x$

Si può trasportare un termine di un'equazione da un membro all'altro purché gli si cambi il segno (legge del trasporto).

$4x = 3 + x \qquad 4x - x = 3$

La legge del trasporto si utilizza per trasportare tutte le incognite al primo membro e tutti i termini noti al secondo membro.

Secondo principio di equivalenza

Moltiplicando o dividendo entrambi i membri di una equazione algebrica per uno stesso numero diverso da zero, o per una stessa espressione che non si possa annullare, si ottiene una equazione equivalente alla data.

$3x = 6 \rightarrow 3x \cdot \frac{1}{3} = 6 \cdot \frac{1}{3} \rightarrow x = 2$

$\frac{1}{2}x = 3 \rightarrow \frac{1}{2}x \cdot 2 = 3 \cdot 2 \rightarrow x = 6$

Da tale principio derivano le seguenti regole.

Se i due membri di un'equazione hanno un fattore numerico comune questo può essere soppresso.

$\cancel{2} \cdot (x + 2) = \cancel{2} \cdot (3 - x) \qquad x + 2 = 3 - x$

Cambiando i segni a tutti i termini di una equazione se ne ottiene un'altra equivalente (risulta equivalente a moltiplicare tutti i termini per -1).

$-x = +2 \qquad +x = -2$

$-x = +2 \qquad -x \cdot (-1) = +2 \cdot (-1) \qquad +x = -2$

Moltiplicando (o dividendo) i due membri di una equazione per una espressione, o numero, conveniente si ottiene un'equazione equivalente a quella data.

Tale principio si utilizza sia per eliminare denominatori comuni ad entrambi i membri, o per eliminare il coefficiente (parte numerica) della x al momento di calcolarne il valore finale.

$2x = 4$ *dividendo entrambi i membri per 2* $\frac{2}{2}x = \frac{4}{2}$ *da cui semplificando* $x = 2$

Risoluzione di una equazione di primo grado a una incognita

Risolvere un'equazione vuol dire trovarne le radici o soluzioni.

E' possibile che una equazione non ammetta soluzioni, cioè non esista alcun valore delle incognite che la verifichi. Si dice allora che la equazione è **impossibile**.

Data l'equazione nella forma normale $ax = b$*, si dice impossibile se* $a = 0$ *e* $b \neq 0$.

$3x - 2 = 3x - 1$

$3x - 3x = -1 + 2$

$0x = 1$

Nessun numero per zero può dare 1…

E' possibile che una equazione ammetta un numero illimitato di soluzioni. Si dice allora che l'equazione è **indeterminata** (in effetti non è una equazione ma è una identità).

Data l'equazione nella forma normale $ax = b$*, si dice indeterminata se* $a = 0$ *e* $b = 0$.

$3x + 2 = 3(x - 1) + 5$

$3x + 2 = 3x - 3 + 5$

$3x - 3x = -3 + 5 - 2$

$0x = 0$

Qualsiasi numero per zero restituisce 0…

Una equazione che ammette un numero finito di soluzioni si dice **determinata**.

Data l'equazione nella forma normale $ax = b$*, si dice determinata se* $a \neq 0$.

Si **verifica** se il valore trovato è la radice dell'equazione sostituendo tale valore all'incognita dell'equazione e verificando che i due membri diano lo stesso valore (l'uguaglianza risulta vera).

$3x + 1 = 2x + 2$

$3x - 2x = 2 - 1$

$x = 1$

Solo e solamente 1 rende vera l'uguaglianza.

$3x + 1 = 2x + 2$

$3 \cdot 1 + 1 = 2 \cdot 1 + 2$

$3 + 1 = 2 + 2$

$4 = 4$

Verificata.

Sitografia

www.ubimath.org - Esercizi e test on line risolti su UbiMath

www.chihapauradellamatematica.org - Manuale e esercizi a cura di Giancarlo Zilio

www.toomates.net - Matemàtiques per a la diversitat – di Gerad Romo

www.slidermath.com - Slider Math – Gioca con le equazioni

Keywords

Algebra, equazioni, equazioni di primo grado, esercizi con soluzioni
Algebra, equation, linear equations, Algebraic Equations solved, exercises with solution
Algebra, ecuación, ecuaciones de primero grado
Algèbre, équations, système d'équations, équations en première
Algebra, reactievergelijking, Gleichung

Arabic:	مُعادَلَه
Chinese (Simplified):	反应式
Chinese (Traditional):	反應式
Czech:	rovnice
Danish:	regnestykke; ligning
Estonian:	võrrand
Finnish:	kaava
German:	die Gleichung
Greek:	εξίσωση (χημική αντίδραση)
Hungarian:	egyenlet
Icelandic:	efnajafna
Indonesian:	persamaan
Japanese:	方程式
Korean:	반응식
Latvian:	vienādojums
Lithuanian:	formulė
Norwegian:	likning
Polish:	równanie, wzór
Portuguese:	equação
Romanian:	ecuaţie
Russian:	формула реакции
Slovak:	rovnica
Slovenian:	enačba
Swedish:	kemisk formel
Turkish:	denklem